

Lycée Khniss	EXAMEN BAC BLANC	Prof :
A.S 2007-2008	Mathématiques durée 3h	4 ^{ème} Sc.Exp Le 09/05/2008

EXERCICE N°1

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on considère les points $A(1, 0, 0)$, $B(1, -1, 0)$, $C(1+\cos\theta, -1, \sin\theta)$ et $D(0, -1, 0)$

- 1)** Montrer que ABD est un triangle rectangle en B.
- 2)** Soit S : l'ensemble des points M(x, y, z) tel que : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 1 = 0$
 - a) Montrer que S est la sphère de centre B et de rayon 1.
 - b) Vérifier que C et D sont deux points de S.
 - c) Pour quelles valeurs de θ , [CD] est un diamètre de S.
- 3)** Soit Q le plan d'équation : $x - y + z - 1 = 0$.
 - a) Montrer que (AD) est incluse dans Q.
 - b) Montrer que $S \cap Q$ est un cercle (ζ) dont on précisera le centre et le rayon.
- 4)** Soit le plan $P_\theta : (\cos\theta)x + (\sin\theta)z - \cos\theta - 1 = 0$.
 - a) Montrer que (AB) est parallèle à P_θ .
 - b) Montrer que P_θ est tangent à S en C.

EXERCICE N°2

On considère un dé cubique parfait dont les faces sont numérotées : 0, 0, 0, 0, 1, 1 et deux urnes U_1 et U_2

U_1 : contient 3 boules blanches et 2 boules noires

U_2 : contient 2 boules blanches et 3 boules noires

- 1)** On tire simultanément 3 boules de U_1 .
Soit X la variable aléatoire égale au nombre de boules blanches obtenues.
Déterminer la loi de probabilité de X. Calculer son écart type.
- 2)** Un joueur lance le dé une fois :
 - S'il obtient la face 0, il tire simultanément deux boules de U_1 .
 - s'il obtient la face 1, il tire successivement et sans remise deux boules de U_2 .
Soit l'évènement " S " : le joueur obtient de boules de couleurs différentes.
 - a) Calculer la probabilité d'obtenir S sachant qu'il a obtenu la face 0.
 - b) Calculer la probabilité d'obtenir S sachant qu'il a obtenu la face 1.
 - c) En déduire que $P(S) = 3/5$
- 3)** lorsque S est réalisé il gagne 2 Dinars, sinon il perd 2 Dinars.
Il joue 4 fois de suite on remettant après chaque tirage les boules dans leurs urnes d'origines. Soit Y le gain algébrique réalisé lors des 4 jeux.
(exemple : si S est réalisé 4 fois il gagne 8 Dinars)
 - a) Déterminer la loi de probabilité de y.
 - b) Le jeu est-il favorable ?

PROBLEME

On considère les fonctions u et f définies sur $]0, +\infty[$ par :

$$u(x) = x^2 - x - \text{Log}x \quad \text{et} \quad f(x) = \frac{\log x}{x}$$

On note (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $R = (o, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 3 cm

- 1) a) Dresser le tableau de variation de la fonction u .
b) En déduire que pour tout $x > 0$, $u(x) \geq 0$.

- 2) a) Dresser le tableau de variation de la fonction f .
b) Déterminer une équation cartésienne de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 1.
c) Déterminer la position relative de la courbe (C) par rapport à la droite (T).
d) Tracer la courbe (C) et la droite (T).
e) Calculer, en cm^2 , l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite (T) et les droites $D_1 : x = \frac{1}{e}$ et $D_2 : x = e$.

- 3) Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = f(e^x)$
a) Vérifier que pour tout x de \mathbb{R} , $g(x) = x e^{-x}$.
Montrer que g est décroissante sur $[1, +\infty[$
b) Pour tout réel x on pose $G(x) = \int_0^x t e^{-t} dt$.
Montrer à l'aide d'une intégration par parties, que : $\forall x \in \mathbb{R}, G(x) = 1 - e^{-x} - x e^{-x}$
c) En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} G(x)$.

- 4) Soit $x \in [0, 1[$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $I_n(x) = \int_0^x t^n e^{-t} dt$
a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ $0 \leq I_n(x) \leq \frac{1}{n+1} x^{n+1}$
b) En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n(x)$.

- 5) Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ on pose $U_n = \int_n^{n+1} g(t) dt$ et $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$.
a) A l'aide d'un encadrement de $g(t)$ pour $t \in [n, n+1]$
Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $g(n+1) \leq U_n \leq g(n)$
b) En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.
c) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ $S_n = G(n+1) - G(1)$
d) Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

Bon Travail

